

Задания для 5 класса

1. Решите задачу

На пиратском рынке бочка рома стоит 800 дублонов, или 100 пиастров, а пистолет стоит 100 дублонов, или 250 дукатов. Сколько пиастров нужно заплатить за попугая, если за него просят 100 дукатов?

2. Решите задачу

Три синих попугая капитана Флинта съедают 3 кг корма за три дня, пять зеленых попугаев – 5 кг. корма за пять дней, а семь оранжевых – 7 кг. корма за семь дней. Какие попугаи самые прожорливые?

3. Решите задачу

Полный бидон с молоком весит 33 кг. Бидон, заполненный наполовину, весит 17 кг. Какова масса пустого бидона?

4. Решите задачу

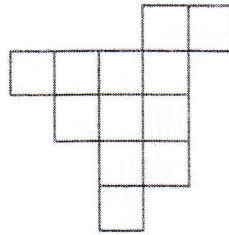
Жучка тяжелее кошки в 6 раз, мышка легче кошки в 20 раз, репка тяжелее мышки в 720 раз. Во сколько раз репка тяжелее Жучки?

5. Решите задачу

Робинзон попал на необитаемый остров. Каждый день (начиная с того дня, когда он попал на остров) он вырезал на доске первую букву в названии дня недели на русском языке. На 2013-й день, вырезав букву, он посчитал вырезанные буквы. Оказалось, что разных букв было вырезано разное количество. В ответ запишите день недели, когда Робинзон попал на остров.

Задания для 6 класса

1. Разрежьте фигуру на 3 равные части.



2. Каждый ученик в классе изучает китайский или испанский язык или оба языка. Китайский язык изучает 25 человек, испанский – 27 человек, а тот и другой – 18 человек. Сколько всего учеников в классе?
3. Мама положила на стол мандарины и сказала детям, чтобы они, вернувшись из школы, разделили их поровну. Первой пришла Валя, взяла треть мандаринов и ушла. Потом вернулся из школы Ваня, взял треть оставшихся мандаринов и ушел. Затем пришел Егор и взял 4 мандарина — треть от числа мандаринов, которые он увидел. Сколько мандаринов оставила мама?
4. В детском мультфильме 44 серии. Его показывают в понедельник, вторник, среду и четверг, по две серии в день. В какой день недели будет показана последняя серия? Запиши в ответ название дня.
5. Доктор Айболит раздал четырём заболевшим зверям 2015 чудодейственных таблеток. Носорог получил на одну больше, чем крокодил, бегемот на одну больше, чем носорог, а слон - на одну больше, чем бегемот. Сколько таблеток придётся съесть слону?

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике – 2015/16.**

7 класс

1. Произведение двух положительных чисел равно их разности. Приведите пример трех таких пар чисел.
2. На столе стоят девять сосудов с водой. Вместимость каждого из сосудов достаточно велика. За один “шаг” можно из любого сосуда перелить в любой другой сосуд столько воды, сколько во втором уже имеется, если в первом сосуде для этого хватает воды. Можно ли за какое-то количество “шагов” перелить воду из всех сосудов в один, если первоначально в каждом сосуде было по 2 литра воды?
3. Нарисуйте на плоскости 8 точек соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались и из каждой точки исходило ровно 4 отрезка.
4. Средний возраст 11 игроков футбольной команды 22 года. Когда одного игрока удалили с поля, средний возраст оставшихся составил 21 год. Сколько лет удаленному игроку?
5. Найдите все целые положительные x и y , при которых $x! + 12 = y^2$, и докажите, что других нет. ($m! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m$.)

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике – 2015/16.**

8 класс

1. Найдите наименьшее положительное (не обязательно целое) число, при делении которого на $\frac{10}{21}$ и на $\frac{4}{15}$ в частном получаются целые числа.

2. На доске выписано 25 чисел. Какие бы три из них мы не выбрали, всегда можно выбрать еще одно, чтобы сумма этих четырех чисел была положительна. Верно ли, что сумма всех этих чисел положительна? Обоснуйте свой ответ.

3. На планете “Куб” (имеющей форму куба) каждой гранью владеет рыцарь (который всегда говорит правду) или лжец (который всегда лжет). Каждый из них утверждает, что большая часть его соседей – лжецы. Сколько рыцарей и сколько лжецов владеют гранями планеты?

4. Три последовательных двузначных числа выписали друг за другом. Оказалось, что полученное шестизначное число делится на 17. Каким могло быть это шестизначное число? Укажите все варианты.

5. Докажите, что у любого неравнобедренного треугольника найдутся две стороны, отношение длин которых больше $\frac{3}{5}$, но меньше 1.

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике – 2015/16.**

9 класс

1. Приведите пример пяти попарно различных натуральных чисел, сумма обратных величин которых равна 1.

2. Вычислите $\left[\frac{2016!+2013!}{2015!+2014!} \right]$. (Как всегда, $[x]$ – целая часть x , то есть наибольшее целое число, не превосходящее x .)

3. Точки E и F лежат на гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC так, что $AE = AC$ и $BF = BC$. Найдите угол ECF .

4. В однокруговом турнире по футболу каждая команда набрала по 10 очков. Сколько всего могло быть команд? (Однокруговой турнир – это турнир, в котором каждая команда играет с каждой из остальных один раз, причем за победу дается 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков.)

5. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{1}{y-x} + \frac{1}{z-y} \leq 2, \\ \frac{1}{6-z} + 2 \leq x \end{cases}, \text{ если } x, y, z -$$

вещественные числа, такие что $x < y < z < 6$.

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике – 2015/16.**

10 класс

1. Считается, что ученик X учится лучше ученика Y , если в большинстве контрольных работ оценка у X выше, чем оценка у Y . Приведите пример, когда ученик A учится лучше, чем ученик B , ученик B – лучше, чем C , а ученик C – лучше, чем A .

2. Сумму $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2014}{2015!}$ записали в виде несократимой обыкновенной дроби. Найдите последнюю цифру десятичной записи числителя.

3. Докажите, что если гипотенуза прямоугольного треугольника в четыре раза длиннее опущенной на нее высоты, то один из углов этого треугольника равен 15° .

4. По окружности занумеровано 268 чисел. Сумма любых 20 последовательных чисел всегда равна 75. На 17 месте стоит число 3, на 83 месте – число 4, на 144 месте – число 9. Какое число стоит на 210 месте?

5. Положительные числа a, b, c таковы, что $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} + \frac{1}{1+c^2} = \frac{1}{2}$.

Докажите, что $\frac{1}{2+a^3} + \frac{1}{2+b^3} + \frac{1}{2+c^3} < \frac{1}{3}$.

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике – 2015/16.**

11 класс

1. Найдите целые положительные числа a , b , c , для которых $\text{НОК}(a,b)=210$; $\text{НОД}(a,b)=10$; $\text{НОК}(a,c)=110$; $\text{НОД}(a,c)=2$. (Здесь $\text{НОК}(u,v)$ – наименьшее общее кратное чисел u и v , то есть наименьшее натуральное число, делящееся на u и v . $\text{НОД}(u,v)$ – наибольший общий делитель чисел u и v , то есть наибольшее натуральное число, на которое делятся u и v .)

2. Для углов α , β и γ справедливо неравенство $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma \geq 2$. Докажите, что тогда $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq \sqrt{5}$.

3. В пространстве даны четыре точки: A , B , C , D . Известно, что скрещивающиеся прямые AB и CD перпендикулярны, скрещивающиеся прямые BC и AD – тоже перпендикулярны. Найдите длину отрезка AB , если $BC = 5$, $CD = 11$, $DA = 10$.

4. По окружности выписаны 2015 чисел с суммой 2015. Сумма любых 15 идущих подряд чисел не превосходит 15. Известно, что среди записанных чисел есть 1, 2, 3, 4. Чему могут равняться остальные числа? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет.

5. Многочлен четвертой степени $p(x)$ со старшим коэффициентом 1 имеет четыре различных вещественных корня, принадлежащих отрезку $[-1; 1]$. Докажите, что $p(x) > -4$ для любых вещественных x .